

## Die Bestimmung der Poissonschen Zahl durch Schallgeschwindigkeitsmessungen

W. Rentsch und G. Krompholz, Pirna

Bei der Prüfung des Betons mit dem Ultraschall-Impulsverfahren wird im Allgemeinen die longitudinale Wellengeschwindigkeit bestimmt. Die Longitudinalwelle hat die höchste Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen und liefert damit einen gut auszumessenden ersten Schwingungseinsatz.

Soll der dynamische E-Modul  $E_d$  bestimmt werden, so benötigen wir jedoch außer der Geschwindigkeit der Longitudinalwelle  $v_l$  noch die Poissonsche Zahl  $\mu$ .

$$E_d = v_l^2 \rho \frac{1 - \mu - 2\mu^2}{1 - \mu}$$

Hierbei wird  $\mu$  meist geschätzt, indem auf Erfahrungswerte zurückgegriffen wird.

Die dynamische Bestimmung der Poissonschen Zahl setzt die Kenntnis von zwei verschiedenen Wellengeschwindigkeiten voraus [1].

Die ausreichende Charakterisierung der elastischen Eigenschaften durch zwei Koeffizienten ist nur bei einem isotropischen Medium möglich. Da diese Voraussetzung für Beton niemals genau zutrifft, können stets nur Näherungswerte erhalten werden. Es soll daher hier nicht darüber befunden werden, ob die Bestimmung eines zweiten Elastizitätskoeffizienten neben der leicht zu vermessenden Longitudinalgeschwindigkeit tatsächlich eine genauere Festlegung der Relation Elastische Eigenschaften – Festigkeit zulässt und damit den Aufwand rechtfertigt. Zur Frage dynamischer E-Modul – statischer E-Modul sei angeführt, dass nach theoretischen Erörterungen von Bergmann [2] und praktischen Untersuchungen von Eisenmann [3] der dynamische E-Modul nahezu gleich dem statischen E-Modul ist, wobei beachtet werden muss, dass der statistische E-Modul nur für relativ große Drucklasten bestimmt werden kann und nach der dynamischen Methode, nämlich mit dem Schallwellenverfahren, die Bestimmung des E-Moduls für den Lastfall Null genauso gut möglich ist. Da die elastischen Eigenschaften von der Belastung abhängen, ist beim Vergleich statischer und dynamischer Messungen immer darauf zu achten, bei welcher Belastung die Messung erfolgte.

Unsere Aufgabe soll hier darin bestehen nachzuweisen, welche grundsätzlichen Möglichkeiten bestehen, zwei verschiedene Wellengeschwindigkeiten zu erhalten, wobei wir uns auf die Anwendung des Ultraschall-Impulsverfahrens beschränken.

Neben der Longitudinalgeschwindigkeit interessiert hier die Geschwindigkeit der Transversal- und Oberflächenwelle sowie die Laufzeit der Kopf- und der Wechselwelle, wie nachfolgend erörtert werden soll.

In einer früheren Arbeit [1] haben wir diese Problemstellung ausführlich untersucht.

Bei der Betonprüfung stehen meist Würfel mit 20 cm Kantenlänge zur Verfügung oder die Messungen erfolgen am fertigen Bauwerk (Bild 1). In diesen Fällen ist die Schallwellenlänge im allgemeinen als klein gegenüber den Querabmessungen des Messobjektes anzusehen, besonders im Hinblick darauf, dass im Anstieg des Schallimpulses relativ hochfrequente Anteile enthalten sind.

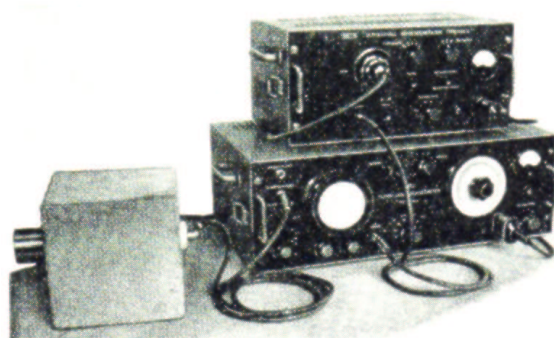


Bild 1  
Messplatz für das Ultraschall-Impulsverfahren

Wenn das Verhältnis Querabmessungen/Schallwellenlänge größer ist als 1,5, läßt sich nachweisen, dass bei der Durchschallung und Ausmessung des ersten Schwingungseinsatzes die Geschwindigkeit der Longitudinalwelle gemessen wird. Wir können somit das Messobjekt als ein „unendlich ausgedehntes Medium“ betrachten [1].

Höchste Messgenauigkeit wird erreicht, wenn der Einsatz der Longitudinalwelle bis zur Übersteuerung des Verstärkers verstärkt werden kann. Je nach Länge des Messweges und Ultraschallabsorption des Messobjektes ist dabei die Wahl einer günstigen Geberfrequenz (Bild 2) von Vorteil. Bei kurzen Messstrecken und geringer Absorption ist die höchste Geberfrequenz 150 kHz zu wählen.

Bei der Ermittlung einer zweiten Schallgeschwindigkeit interessiert die Geberfrequenz auch insofern, als es darauf ankommt, den Einsatzpunkt der zweiten Welle auf einen geeigneten Phasenabschnitt der Longitudinalwelle zu legen.

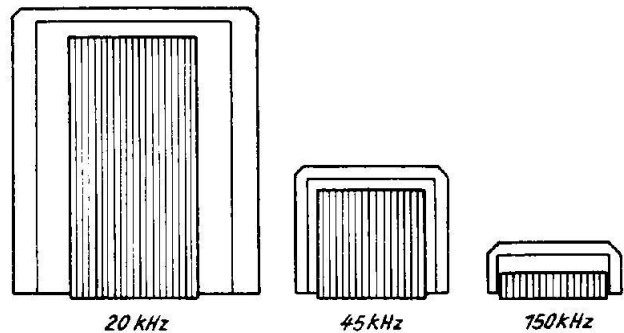


Bild 2) Schematische Darstellung magnetostriktiver Ultraschall-Impulsgeber zum Größenvergleich

Als zweite Geschwindigkeit kommt in Betracht:

### 1.) Durchschallung eines Messobjektes mit Querabmessungen größer als Schallweg und Messung der Geschwindigkeit der Transversalwelle

Die Bestimmung der transversalen Wellengeschwindigkeit ist möglich, wenn vor dem

Einsatz der Transversalwelle außer der Longitudinalwelle weder die Kopf- noch eine reflektierende Welle eintreffen kann. (Bild 3)

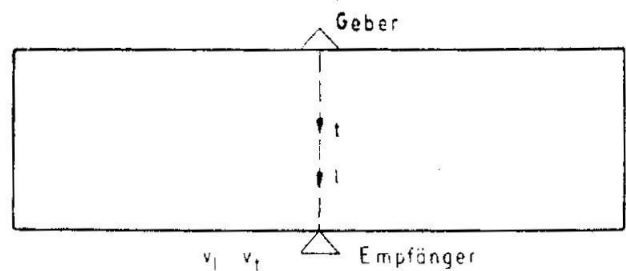


Bild 3 Durchschallung und Messung der Geschwindigkeit der Transversalwelle

Wie Bild 4 zeigt, ist der erste Einsatz der Transversalwelle als erste Unstetigkeit im gleichmäßigen Verlauf der Longitudinalwelle zu erkennen. Da bei der Durchschallung die Transversalwelle umgekehrter Polarität einsetzt, ist der Einsatz nur dann gut zu erkennen und auszumessen, wenn er sich auf den gegenläufigen, im Bild 4 mit „A“ gekennzeichneten Teil der Longitudinalschwingung befindet. Die Erfüllung dieser Bedingung muss durch die Wahl einer entsprechenden Geberfrequenz erreicht werden.

Bild 4  
Durchschallung einer 5 cm starken Sandsteinplatte 10 cm vom Rand mit einem magnetostriktiven Schallimpulsgeber von ca. 100 kHz

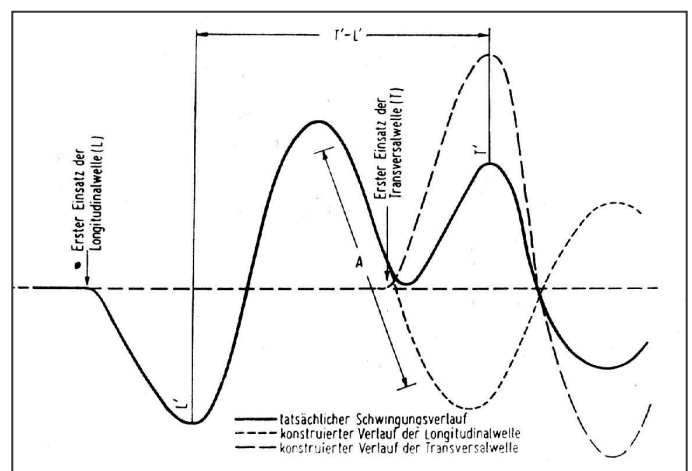
Die gemessenen Laufzeiten betragen:

$$l = 20,1 \mu\text{s}$$

$$t = 31 \mu\text{s}$$

so das sich ergibt.

$$\frac{v_t}{v_l} = \frac{l}{t} = \frac{20,1}{31} = 0,649; \text{ d. h. } \mu = 0,135$$



Die Zuordnung der Poissonzahl zum Geschwindigkeitsverhältnis  $v_t/v_l$  ist dem Nomogramm im Bild 5 zu entnehmen.

## 2.) Durchschallung und Messungen der Laufzeit der Transversal-Longitudinal-Wechselwelle

Der Einsatz der Welle erscheint nur bei völlig symmetrischer Geber-Empfänger-Anordnung einwandfrei (Bild 6 und 7), außerdem ist es erforderlich, durch Wahl einer günstigen Geberfrequenz den Einsatz der tl-Welle in der Überlagerung mit der Longitudinalschwingung deutlich sichtbar werden zu lassen. Grundsätzlich steigt die Genauigkeit der Messung mit höherer Geberfrequenz, bzw. mit niedrigerer Schallgeschwindigkeit oder längerer Messstrecke des Objektes. Das Nomogramm in Bild 5 zeigt die Abhängigkeit der Poissonzahl vom Verhältnis  $v'_{tl}/v_t$  für ein kubisches oder zylindrisches Messobjekt mit Durchmesser gleich Länge. Die Laufzeit der tl-Welle wurde wegen der einfacheren Betrachtungsweise in eine „scheinbare“ Geschwindigkeit  $v'_{tl}$  umgerechnet (Bild 8).

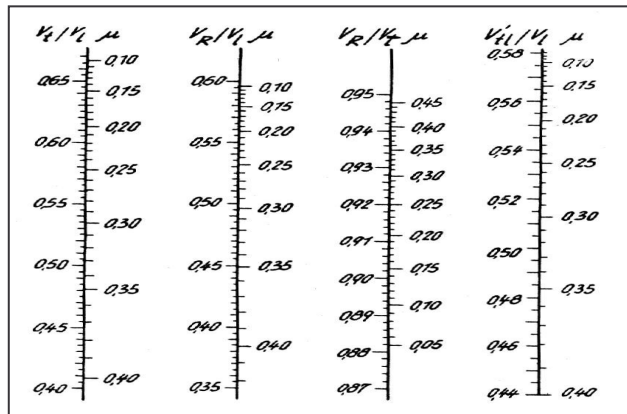


Bild 5  
Nomogramm mit der Zuordnung der Poissonzahl  $\mu$  zu den Geschwindigkeitsverhältnissen

$v_t/v_l$ ,  $v_R/v_l$ ,  $v_R/v_t$  und  $v'_{tl}/v_t$

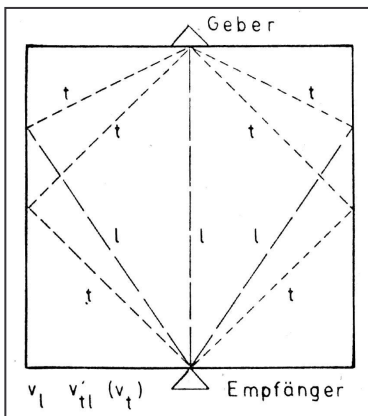


Bild 6  
Durchschallung und Messung der Laufzeit der Transversal-Longitudinal-Wechselwelle

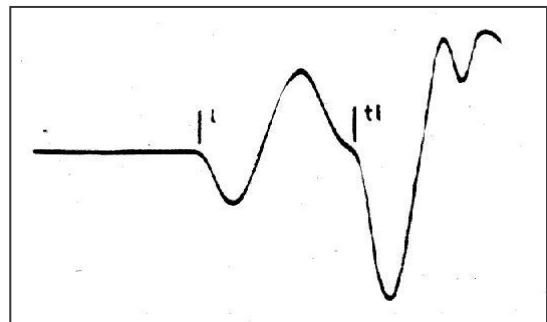


Bild 7  
Oszillogramm der Durchschallung eines Marmorwürfels mit dem Einsatz der durch die Reflexion an den vier Außenflächen entstandenen Wechselwelle. Die Auswertung ergab:  $v'_{tl}/v_t=0,515$ ;

Zu beachten ist, dass bei der Poissonzahl von rund 0,35 die Wechselwelle zugleich mit der Transversalwelle eintrifft (vgl. die entsprechenden Leitern im Nomogramm Bild 5) und erst mit niedriger werdender Poissonzahl später als die Transversalwelle die entgegengesetzte Polarität aufweist. Bei Poissonzahlen kleiner als 0,3 tritt infolge dieser Überlagerung eine mehr oder weniger große Stufe im Schwingungsbild auf. Der positive Einsatz der Transversalwelle wird wenig später durch den kräftigen negativen Einsatz der Wechselwelle aufgehoben. Die Erkennbarkeit des Einsatzes wird dadurch nicht verschlechtert.

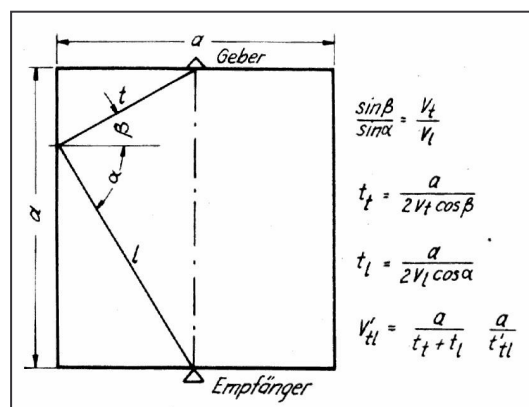


Bild 8  
Zur Definition der scheinbaren Geschwindigkeit der tl-Wechselwelle  $v'_{tl}$  unter der vereinfachten Annahme punktförmiger Schallwandler.

### 3.) Schrägdurchschallung und Messung der Laufzeit der Kopfswelle

Bei der Schrägdurchschallung wird die Kopfswelle, die zwischen der longitudinalen und transversalen Wellenfront besteht, gemessen (Bild 9).

Bild 10 zeigt die Wellenfronten bei Annahme einer punktförmigen Schallquelle. Da die Laufzeit der Kopfwellenfront zum Empfangsort E eine Funktion des Durchschallungswinkels  $\beta$  ist, läßt sich eine „scheinbare“, vom Winkel  $\beta$  abhängige Kopfwellengeschwindigkeit  $v'_k$  definieren. Bei der Ermittlung dieser Geschwindigkeit muß gefordert werden, dass vor dem Eintreffen der Kopfswelle keine Randreflexionen auftreten. Bezüglich des Einsatzpunktes der Kopfswelle gilt das bei der Transversalwelle Gesagte.

Bild 11 zeigt das Oszillogramm einer Schrägdurchschallung unter  $45^\circ$  mit einer Geber-Nennfrequenz von 120 kHz.

Im Diagramm Bild 12 ist die Abhängigkeit des Verhältnisses  $v'_k/v_l$  und  $v_l/v_t$  nur bei großen Werten der Poissonzahl ausgeprägt.

Die Methoden 2 und 3, Messung der Laufzeit der Wechselwelle und der Kopfswelle, lassen sich beide am Würfel ausführen, soll das Ergebnis noch durch eine dritte Messung erhärtet werden, dann kann die im folgenden beschriebene Punktfolgemessung der Oberflächenwelle angewandt werden.

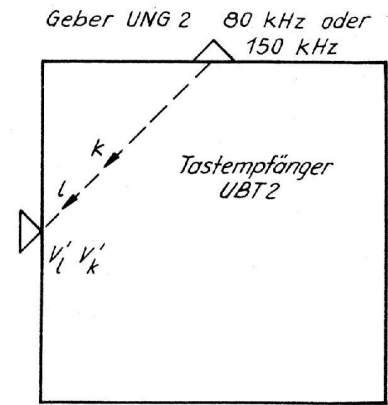


Bild 9 Schrägdurchschallung und Messung der Laufzeit der Kopfswelle

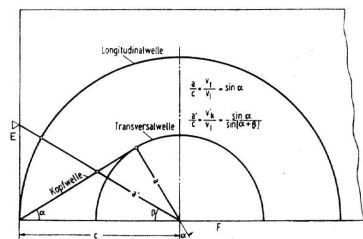


Bild 10 Schematische Darstellung der Wellenfronten von Longitudinal-, Transversal- und Kopfswelle

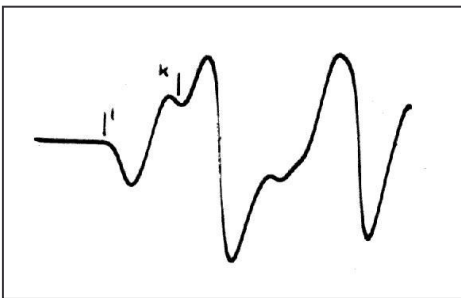


Bild 11 Oszillogramm der Schrägdurchschallung ( $\beta = 45^\circ$ ) eines Marmorwürfels. Die Auswertung ergab:  $v'_k/v_l=0,56$ ; d. h.  $\mu=0,285$

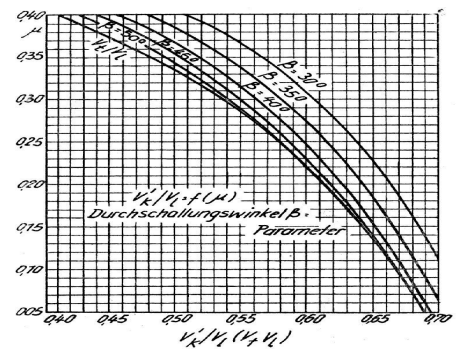
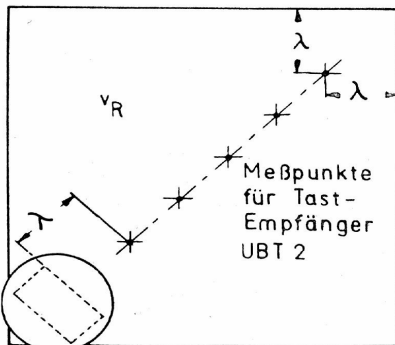


Bild 12 Abhängigkeit des Verhältnisses  $v'_k/v_l$  von der Poissonzahl  $\mu$  mit dem Durchschallungswinkel  $\beta$  als Parameter

### 4.) Punktfolgemessung mit Bestimmung der Phasengeschwindigkeit der Oberflächenwelle



Geber UNG 2 80 kHz oder 150 kHz

Bild 13 Punktfolgemessung mit Bestimmung der Phasengeschwindigkeit der Oberflächenwelle

Die Messstrecke wird zweckmäßig diagonal an einer Würfelseite angelegt (Bild 13).

Der Abstand des ersten Messpunktes vom Geber und der Abstand des letzten Messpunktes vom Rand soll nicht kleiner als eine aus der Geber-Nennfrequenz ermittelte Wellenlänge sein. Zur Messung ist das erste große negative oder positive Maximum der Oberflächenwelle und der folgende Nulldurchgang zu verwenden. Positive bzw. negative Halbwellen, die durch Überlagerungen verformt sind, dürfen zur Messung nicht benutzt werden. Die gezeichneten Laufzeitlinien des Maximums und des Nulldurchgangs müssen im Rahmen der Messgenauigkeit die gleiche Geschwindigkeit der Oberflächenwelle ergeben. Die Zuordnung der Poissonzahl ist dem  $v_R/v_l$  Nomogramm Bild 5 zu entnehmen.

### Bei Messungen am Bauwerk sind zu verwenden:

Methode 1: Messung der Geschwindigkeit der Transversalwelle, z. B. bei Durchschallung einer Wand oder Decke und

Methode 3: Messung der Laufzeit der Kopfwellen bei Schrägdurchschallung einer Bauwerkskante;

ferner

Methode 4: Punktfolgemessung an der Betonoberfläche, erweitert auf Longitudinal- und Transversalwelle, hier ist zu beachten, dass die Einsätze der Longitudinal-, Transversal- und Oberflächenwelle gleiches Vorzeichen haben, sie sind in unserem Falle nach unten gerichtet. Es ist besser, die Geschwindigkeit der drei Wellen nicht aus einem einzigen Oszillogramm, wie Bild 14 zeigt, zu bestimmen, sondern durch die einfach auszuführende Punktfolgemessung.

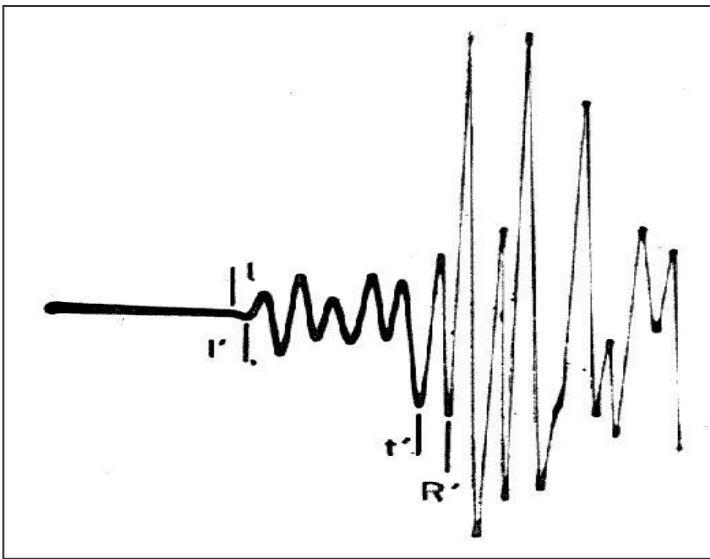


Bild 14

Beispiel zur Auswertung von Oszillogrammen bei Messstrecken an der Oberfläche

Bei Auswertung nach dem Punktfolgeverfahren würde man im vorliegenden Beispiel besser das zweite oder dritte positive bzw. negative Maximum der Longitudinalwelle heranziehen als den ersten Einsatz  $L$  bzw. das erste Maximum  $L'$ .

Probekörper in der Abmessung 4 cm x 4 cm x 16 cm werden im allgemeinen nur zur Ausmessung nach dem Resonanzverfahren hergestellt.

Nach dem Resonanzverfahren läßt sich die Geschwindigkeit der Torsion-, der Dehn- und der Biegewelle bestimmen. Über dieses Messverfahren, das sich weniger gut am Würfel und gar nicht am Bauwerk anwenden läßt, ist von anderer Seite ausführlich berichtet worden [4], so das hier von einer näheren Erörterung abgesehen wird.

### Zusammenfassung

Zur Bestimmung der Poissonschen Zahl ist es erforderlich, zwei verschiedene Schallgeschwindigkeiten zu ermitteln. Es wird gezeigt, dass bei Messungen an Betonwürfeln und am Bauwerk neben der Longitudinalgeschwindigkeit die Transversal- und Oberflächenwellengeschwindigkeit in Frage kommt. Daneben gelingt es unter besonderen Voraussetzungen, die Laufzeit der Kopf- und der Wechselwelle auszuwerten. Für die schnelle Ermittlung der Poissonschen Zahl werden Nomogramme angegeben.

## Literaturnachweis

- [1] Rentsch, W. und Krompholz G.: Zur Bestimmung elastischer Konstanten durch Schallgeschwindigkeitsmessungen. Bergakademie 13(1961), S. 492 bis 504
- [2] Bergmann L.: Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik. 6. Aufl., 1954, S. 566 ff. S. Hirzel Verlag, Stuttgart.
- [3] Eisenmann, K. und Odewald, G.: Untersuchung der elastischen Eigenschaften von Beton mittels Ultraschalls. Beton und Stahlbeton 54 (1959, S. 156 bis 158.
- [4] Pohl, E.: Prüfung von Beton mit nieder- und hochfrequenten mechanischen Schwingungen. Wiss. Zeitschrift d. Hochsch. F. Bauwesen Leipzig (1962), S. 19 bis 64